

Pismeni ispit iz Matematike
U Zagrebu, 12. svibnja 2010.

Grupa 125A2010

1. grupa

1. U nekom poduzeću izrađuju se tjedno dva proizvoda A i B . Svaki od njih prolazi kroz tri grupe strojeva S_1 , S_2 i S_3 . Da bi se proizvela jedinica proizvoda A potrebna su 2 sata rada i na stroju S_1 i na stroju S_3 i 5 sati rada na stroju S_2 . Za jedinicu proizvoda B potrebna su 4 sata rada na stroju S_1 i po 5 sati rada na strojevima S_2 i S_3 . Kapaciteti strojeva su redom 80, 125 i 95 sati tjedno. Prihod po jedinici proizvoda A iznosi 11, a po jedinici proizvoda B 12 novčanih jedinica. Napišite razmatrani problem kao standardni problem linearnog programiranja, a zatim, koristeći se grafičkom metodom, odredite optimalni plan proizvodnje.

1'. Koristeći se Gauss–Jordanovim eliminacijama riješite sustav linearnih jednadžbi

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 4 \\x_1 - x_2 &= 0 \\x_2 - x_3 &= 0\end{aligned}$$

2. grupa

2. Izračunajte $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 7x + 12}$.

2'. Odredite sve ekstreme funkcije $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$.

3. grupa

3. Izračunajte $\int (x \ln x - 1) dx$.

3'. Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe $y' - xy' - y - 1 = 0$.

4. grupa

4. Masa peradi u razdoblju od 3 mjeseca se utrostruči. Koliki je godišnji prirast?

4'. Uz koje učešće u gotovini je odobren potrošački kredit u iznosu od 7 000 kn na 7 mjeseci ako su godišnje anticipativne kamate 9%, a iznos mjesečne rate je 927 kn?

Pismeni ispit iz Matematike
U Zagrebu, 12. svibnja 2010.

Grupa 125B2010

1. grupa

1. Odredite parametar $t \in \mathbb{R}$ takav da sustav bude Cramerov:

$$\begin{aligned}tx_1 - tx_2 + x_3 &= 0 \\ -2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 0. \\ 2x_1 - 3x_3 &= 0\end{aligned}$$

1'. Zadani su vektori $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ i $C = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$. Odredite vektor $X \in \mathbb{R}^3$ takav da vrijedi:

(1) $\|X\|_2 = \sqrt{14}$, (2) X okomit na C i (3) skup vektora $\{X, A, B\}$ je linearno ovisan.

2. grupa

2. Neko poduzeće proizvodi proizvode P_1 i P_2 . Dnevni troškovi proizvodnje x jedinica proizvoda P_1 i y jedinica proizvoda P_2 određeni su funkcijom $T(x, y) = 5x^2 + 4xy + 3y^2 + 400x + 740y$. Ako se ukupna proizvodnja može prodati po cijeni od 1000 kn po jedinici proizvoda P_1 i 1200 kn po jedinici proizvoda P_2 , odredite količine proizvoda x i y za koje se doseže maksimalni profit.

2'. Zadana je funkcija dviju varijabli $z = 3x^2 - 5xy + 2y^2$, $(x, y) \in A \subseteq \mathbb{R}^2$. Izračunajte koeficijente parcijalne elastičnosti E_{zx} i E_{zy} u točki $T(2, 4)$, te interpretirajte dobivene rezultate.

3. grupa

3. Izračunajte površinu koju graf fje $f(x) = 4x - x^2$, $x \in [0, 5]$, zatvara s pravcima $x=0$, $x=5$ i x -osi.

3'. Zadana je funkcija graničnih troškova $t(Q) = \frac{2}{Q+1} - \frac{3}{(Q+1)^2}$. Odredite funkciju ukupnih troškova $T = T(Q)$ ako je poznato da su fiksni troškovi 100.

4. grupa

4. Koliki je rok otplate potrošačkog kredita u iznosu od 15000 kn ako je odobren uz 20% učešća u gotovu, godišnju anticipativnu kamatnu stopu $q=15$, a mjesečna rata iznosi 675 kn?

4'. Zajam od 100 000 kn odobren je poduzeću na četiri godine uz 9% godišnjih kamata i plaćanjem nominalno jednakih anuiteta krajem godine. Odredite iznos anuiteta, a zatim sastavite otplatnu tablicu. Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.